2.2.23 Zlomky: Co k čemu patří?

Předpoklady: 020222

Pedagogická poznámka: První dva příklady zaberou tak 30 minut. Je lepší je probírat jenom s polovinou třídy (pokud máte cvičení).

Př. 1: Nakresli na celou šířku stránky tabulku se třemi sloupci. Do prvního řádku každého sloupce zapiš dvě operace se zlomky, které mají k sobě nejblíže.

krácení, rozšiřování	**sčítání, odčítání**	**násobení, dělení**

Př. 2: Zapiš slova a slovní spojení do tabulky z předchozího příkladu. Každé slovo zapiš do sloupce, ke kterému nejvíce patří.
“stejné díly“, „násobení jedničkou“, „pomocí nejmenších čísel“, „převrácená hodnota“, „nejmenší společný násobek“, „obojí násobíme stejným číslem“, „kromě nuly“, „čitatel s čitatelem, jmenovatel s jmenovatelem“, „pořád stejná hodnota“, „z“, „to, co máme, jenom nasekáme“, „nebo“.

krácení, rozšiřování	**sčítání, odčítání**	**násobení, dělení**
násobení jedničkou pomocí nejmenších čísel obojí násobíme stejným číslem kromě nuly pořád stejná hodnota to, co máme, jenom nasekáme	stejné díly nejmenší společný násobek nebo	převrácená hodnota čitatel s čitatelem, jmenovatel s jmenovatelem z

Zdůvodnění:

- "stejné díly": sčítat a odčítat můžeme pouze stejně velké části (zlomky se stejným jmenovatelem),
- „násobení jedničkou“: Při rozšiřování zlomků násobíme čitatel i jmenovatel stejným číslem $\Rightarrow$ zlomek násobíme jedničkou ($\frac{14}{21}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{7}=\frac{2}{3}\cdot 1$),
- „pomocí nejmenších čísel“: při krácení se snažíme zlomek vyjádřit pomocí co nejmenších čísel (spojení by také mohlo dobře patřit k násobení a dělení, protože při násobení zlomků, připravujeme krácení rozložením na nejmenší čísla),
- „převrácená hodnota“: pomocí převrácené hodnoty převádíme dělení na násobení,
- „nejmenší společný násobek“: nejmenší společný násobek je nejvýhodnějším společným jmenovatelem při sčítání,

- „obojí násobíme stejným číslem“: rozšiřování zlomků provádíme tak, že jmenovatel i čitatel vynásobíme stejným číslem (stejný postup uplatňujeme i při sčítání, ale i v tomto případě jde o rozšíření zlomku),
- „kromě nuly“: rozšiřovat a krátit můžeme libovolným číslem kromě nuly (kromě nuly však také patří dělení, kde nulou dělit nemůžeme),
- „čitatel s čitatelem, jmenovatel s jmenovatelem“: násobení zlomků, provádíme tak, že násobíme čitatel s čitatelem a jmenovatel s jmenovatelem,
- „pořád stejná hodnota“: během rozšiřování a krácení se hodnota zlomku nemění a je pořád stejná
- „z“: dvě třetiny ze čtyř pětin určíme pomocí násobení: $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}$,
- „to, co máme, jenom nasekáme“: rozšíření zlomku znamená, že zvětšíme počet dílů a ve stejné míře zmenšíme počet dílů (to co máme, jenom nasekáme na menší kousky),
- „nebo“: pokud ve slovních úlohách existuje více variant (část žáků dostala jedničku, část dvojku, ...) odpovídající zlomky sčítáme.

Pedagogická poznámka: Doporučuji během řešení předchozího příkladu nezobrazovat zadání následujících příkladů. Někteří žáci pak mají tendenci rychle zařadit slova a pospíchat dál. Když nic dalšího není k dispozici je větší šance, že alespoň trochu popřemýšlí.
Na začátku zdůrazňuji, že je samozřejmě možné některá spojení zařadit do více sloupců, ale že já sám mám pocit, že i každé takové spojení patří do jednoho sloupce víc než do ostatních. Řešení však není jednoznačné a může se ukázat, že někdo z nich přijde na souvislost, která mně unikla.
Kontrola by měla probíhat společnou diskusí. Jeden žák přečte své řešení a ostatní k tomu přidávají své názory (další důvody, proč se zařazením souhlasí, nebo důvody, proč by spojení zařadili jinam). Při diskusi je třeba dbát na to, že hlavním cíle příkladu je přemýšlet o tom, jak spolu věci souvisí, ne získat tabulku s povinným názorem, co s čím souvisí.

Př. 3: Najdi špatná písmenková pravidla.

a) $\frac{x}{y}\cdot z=\frac{xz}{y}$ b) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{bd}$ c) $\frac{e}{f}\cdot g=\frac{eg}{fg}$ d) $a+\frac{b}{c}=\frac{ac+b}{c}$

e) $k-\frac{l}{m}=\frac{k-l}{m}$ f) $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{p+r}{q+s}$

a) $\frac{x}{y}\cdot z=\frac{xz}{y}$ Správně.

b) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{bd}$ Špatně. Při sčítání zlomků musíme rozšiřovat, ne jen vypočítat společného dělitele: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{c\cdot b}{d\cdot b}=\frac{ad+cb}{bd}$.

c) $\frac{e}{f} \cdot g = \frac{eg}{fg}$ Špatně. Číslo g můžeme zapsat jako zlomek $\frac{g}{1}$, násobíme pouze čitatel s čitatelem a jmenovatel s jmenovatelem: $\frac{e}{f} \cdot g = \frac{eg}{f}$.

d) $a + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$ Správně.

e) $k - \frac{l}{m} = \frac{k-l}{m}$ Špatně. Celé číslo k musíme napsat jako zlomek se jmenovatelem m a pak teprve můžeme sčítat: $k - \frac{l}{m} = \frac{k \cdot m}{m} - \frac{l}{m} = \frac{km-l}{m}$.

f) $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{p+r}{q+s}$ Totální nesmysl. Při sčítání musíme zlomky rozšířit a pak sčítat pouze čitatele (počty dílků), v žádném případě nesčítáme jmenovatele:
$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{p \cdot s}{q \cdot s} + \frac{r \cdot q}{s \cdot q} = \frac{ps+rq}{qs}$.

Př. 4: Vyjdou oba podíly stejně? Ověř odhad výpočtem.

a) $\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{3}$ b) $\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{2} : \frac{5}{3}\right)$

Odhad: Podíly zřejmě nevyjdou stejně, protože u dělení záleží na uzávorkování.

a) $\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{3} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1}\right) : \frac{5}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{2} : \frac{5}{3}\right) = \frac{2}{3} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} : \frac{3}{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{3} = \frac{20}{9}$

Odhad byl správný podíly se liší.

Př. 5: Odhadni, který z podílů $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ a $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ je větší? Svůj odhad ověř výpočtem a urči rozdíl obou podílů.

Podíl $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ je větší protože v něm dělíme větší číslo menším číslem.

$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{3}$

Shrnutí: